以 1 年期储蓄存款利率为状态变量的跳跃型广义 Vasicek 模型

范龙振
（复旦大学管理学院，上海 200433）

摘要：由于 1 年期储蓄存款利率被认为是中国利率体系的基准利率，对市场利率有很大影响，本文把它作为影响市场利率期限结构的状态变量。市场利率不同于官方利率，它还受其他经济变量的影响。这些其他经济变量对市场利率的影响用 1 年期市场利率与 1 年期储蓄存款利率的差别来反映，把它作为影响市场利率或债券价格的另外一个状态变量。分别用跳跃过程和均值回复过程来描述这两个状态变量的变化。在仿射模型的框架下，它们决定了债券的价格和市场利率期限结构，本文给出了该模型下市场利率期限结构模型的分析表达式，并利用 MCMC 方法对模型进行了实证分析。实证表明该模型能够很好地拟合利率期限结构样本观测值的统计特征。模型的参数估计值还表明，债券的超额回报率显著受官方利率跳跃风险的影响和 1 年期市场利率与 1 年期储蓄存款利率差的影响。

关键词：储蓄存款利率；市场利率；跳跃过程；仿射模型；MCMC 估计方法

0． 引言

在西方发达国家,货币政策的中介目标为短期利率或者货币供给量,中长期利率由市场决定。现代西方金融理论以这些货币政策为背景，形成了以预期假设为基础的利率期限结构和固定收益定价理论模型体系。根据这些理论，中长期利率取决于对未来短期利率变化的预期和投资者对承受长期债券的利率风险、流动性风险等而要求的风险溢酬。常见的利率模型如Vasicek模型[1],CIR 模型 [2]，affine模型[3]， HJM模型[4]，BJM模型[5]都来自这些理论。这些模型假定利率期限结构变化取决于少数几个不可观测的状态变量，这些状态变量决定了短期利率，再在一定的风险溢酬形式假定下根据预期假设理论决定出长期利率，从而形成了利率期限结构的决定和动态变化模型。

这些典型的利率期限结构理论模型很难直接应用到我国债券市场，原因在于我国债券市场的利率期限结构决定机制与西方发达市场不完全相同。我国央行直接制定了各个期限的储蓄存款、贷款利率。特别是1年期储蓄存款利率作为基准利率对市场利率影响很大。研究适合中国债券市场的利率模型必须考虑中国市场的债券价格或市场利率决定机制。本文假定决定债券价格和市场利率的基准利率不是短期利率,而是1年期储蓄存款利率,它的变化服从跳跃型随机过程。市场利率除受基准利率影响以外，还受通货膨胀率等其他经济变量的影响，这些其他变量对市场利率的影响用1年期市场利率与1年期储蓄存款利率的差别（简称利率差）来反映。 把它看成决定市场利率的另外一个状态变量，假定它的变化过程服从Vasicek模型中的均值回复过程。利率差和1年期储蓄存款利率作为决定债券价格和市场利率的两个状态变量，在仿射（affine）模型的框架下，它们决定了各个期限的债券价格和市场利率。

国际学术界有较多相关研究。Balduzzi, Bertola, Foresi[6]，Balduzzi, Bertola, Foresi, Klapper[7]利用计量模型讨论了美联储制定的联邦基金目标利率对市场利率期限结构的影响。Anderson, Dillen, Sellin[8]把央行改变联邦基金目标利率作为一个货币政策信号，通过事件研究法讨论市场利率期限结构如何作出反应。在利率模型下研究基准利率如何影响市场利率和债券价格的早期文献为Piazzesi [9] ，Piazzesi认为美联储决定的联邦基金隔夜利率的目标利率影响了短期市场利率，而短期市场利率通过投资者的预期影响到中长期利率。Piazzesi直接把美联储的联邦基金目标利率作为一个状态变量，加入到以仿射模型为基本框架的利率模型中，发现在利率模型中加入官方制定的短期目标利率可以更准确地描述利率期限结构的变化，并可以提高对债券定价的准确性。本文与该文献的不同首先在于状态变量是1年期储蓄存款利率和利率差，而不是短期目

标利率，导致模型推导和估计方法都有所不同，其次对状态变量变动模型的假定不同。最重要的，本文是基于中国债券市场的利率决定机制提出的利率模型。

国内学者利用利率模型对中国债券市场也进行了较多的研究。林　海，郑振龙[10]利用跳跃过程对我国官方制定的利率进行实证分析，利用Vasicek模型，CIR模型对市场利率进行实证分析。谢赤、吴雄伟[11]，朱世武、陈健恒[12]，郑振龙、林海[13]，宋福铁、陈郎南[14]实证分析了中国债券市场和一些常用的利率模型的适用性。这些研究没有考虑官方制定的基准利率如何影响债券市场利率。

本文的安排如下。第1节是模型的提出和推导，第二节研究了模型的实证分析方法，第三节利用模型对中国债券市场利率期限结构进行实证分析，讨论模型的实用性和拟合效果，最后是小结。

1．模型

假定 1 年期储蓄存款利率 r_t^d 的变化服从跳跃过程

$$dr_t^d = J_t dN_t \tag{1}$$

其中 dN_t 是 Poission 过程的增量。由于加息次数少，并且是一个复杂的决策过程，我们假定跳跃过程的强度参数 h 为常数。 J_t 是每次跳跃的大小。由于利率变化可能是加息和减息两种，并且每次加息或减息的大小不同。为方便，假定 J_t 服从正态分布，具有密度函数

$$f(J_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_J}\exp\left[-\frac{(J_t-\alpha_J)^2}{\sigma_J^2}\right] \tag{2}$$

其中 α_J 是储蓄存款利率跳跃的平均大小，σ_J 是利率调整的标准差。

本文把 1 年期储蓄存款利率 r_t^d 看成是整个利率体系的基准利率，因此把它看成是决定市场利率的状态变量。市场利率除受基准利率的影响，还受其他因素的影响，如通货膨胀率、债券投资与储蓄存款的风险差异等，1 年期市场利率与 1 年期储蓄存款利率的差（简称利率差）反映了其他经济因素对市场利率的影响。利率差记为

$$s_t = r_t^{(1)} - r_t^d$$

借鉴 Vasicek 模型的构造方法，假定 s_t 服从均值回复过程，即

$$ds_t = \kappa_s(\mu_s - s_t)dt + \sigma_s d\omega_t \tag{3}$$

假定决定债券价格、市场利率的状态变量为 1 年期储蓄存款利率 r_t^d 和两个 1 年期利率的差 s_t，面值为 1 的，期限为 τ 的债券的价格记为 $P(r_t^d, s_t;\tau)$。官方利率的调整、利率差的变动构成债券价格变动的两个风险源，债券的超额回报由它们的风险大小决定，假定随机贴现因子[15]为

$$\frac{d\xi_t}{\xi_t} = -r_t dt - (\lambda_{0s} + \lambda_{1s}s_t)d\omega_t - \lambda_J(dN_t - hdt) \tag{4}$$

（4）式中假定债券的风险溢酬大小与利率差的大小有关，也受 1 年期储蓄存款利率跳跃风险的影响，而 Vasicek 模型假定风险溢酬为常数，（4）式的假定是 Vasicek 模型的一个推广。

状态变量的形式（1）、（3）和风险溢酬的形式（4）决定了债券价格具有仿射模型的形式，即债券的价格具有形式

$$P(r_t^d, s_t;\tau) = \exp[-A(\tau) - B_1(\tau)r_t^d - B_2(\tau)s_t] \tag{5}$$

根据（5）式，瞬时短期利率是状态变量的线性函数

$$r_t = c_0 + c_1 r_t^d + c_2 s_t \tag{6}$$

由(1)、（3），根据 Ito 引理，债券的价格 $P(r_t^d, s_t;\tau)$ 满足方程

$$0=-P_\tau(r_t^d,s_t;\tau)+P_s(r_t^d,s_t;\tau)[\kappa_s(\mu_s-s_t)-\sigma_s(\lambda_{0s}+\lambda_{1s}s_t)]+\frac{1}{2}\sigma_s^2P_{ss}(r_t^d,s_t;\tau)-rP$$
$$+h(1-\lambda_J)E[P(r_t^d+J_t,s_t;\tau)-P(r_t^d,s_t;\tau)]=0 \tag{7}$$

把（5），（6）式代入方程（7）式，得到

$$0=-P\,[-A^{'}(\tau)-B_1^{'}(\tau)r_t^d-B_2^{'}(\tau)s_t]-P\,B_2(\tau)[\kappa_s(\mu_s-s_t)-\sigma_s(\lambda_{0s}+\lambda_{1s}s_t)]+\frac{1}{2}P\sigma_s^2B_2^2(\tau)$$
$$-(c_0+c_1r_t^d+c_2s_t)P+h(1-\lambda_J)PE[\exp(-B_1(\tau)J_t)-1]=0 \tag{8}$$

虽然（8）式的最后一项可以计算出精确的分析表达式，但为了简单化，我们用泰勒展开方法给出其近似的分析表达式，即

$$E[\exp(-B_1(\tau)J_t)-1]=-\alpha_JB_1(\tau)+\frac{1}{2}(\alpha_J^2+\sigma_J^2)B_1^2(\tau) \tag{9}$$

（8）、（9）式结合，得到

$$0=[-A^{'}(\tau)-B_1^{'}(\tau)r_t^d-B_2^{'}(\tau)s_t]+B_2(\tau)[\kappa_s(\mu_s-s_t)-\sigma_s(\lambda_{0s}+\lambda_{1s}s_t)]$$
$$-\frac{1}{2}\sigma_s^2B_2^2(\tau)+(c_0+c_1r_t^d+c_2s_t)-h(1-\lambda_J)\left[-\alpha_JB_1(\tau)+\frac{1}{2}(\alpha_J^2+\sigma_J^2)B_1^2(\tau)\right]=0 \tag{10}$$

把方程（10）等式右边看成变量 r_t^d,s_t 的函数，它们的系数以及剩余项都应该为 0，也就是

$$B_1^{'}(\tau)=c_1 \tag{11a}$$

$$B_2^{'}(\tau)=-(\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s)B_2(\tau)+c_2 \tag{11b}$$

$$A^{'}(\tau)=(\kappa_s\mu_s-\sigma_s\lambda_{0s})B_2(\tau)-\frac{1}{2}\sigma_s^2B_2^2(\tau)+c_0$$
$$-h(1-\lambda_J)\left[-\alpha_JB_1(\tau)+\frac{1}{2}(\alpha_J^2+\sigma_J^2)B_1^2(\tau)\right] \tag{11c}$$

在到期日，债券价格等于面值 1，因此

$$P(r_t^d,s_t;0)=\exp[-A(0)-B_1(0)r_t^d-B_2(0)s_t]=1$$

等价的

$$A(0)=B_1(0)=B_2(0)=0 \tag{12}$$

1 年期市场利率等于 1 年期储蓄存款利率 r_t^d 加上利率差 s_t，1 年期利率也是 1 年期债券价格的对数的负数，因此

$$-\ln[P(r_t^d,s_t;1)]=A(1)+B_1(1)r_t^d+B_2(1)s_t=r_t^d+s_t$$

等价的

$$A(1)=0,\quad B_1(1)=1,\quad B_2(1)=1 \tag{13}$$

根据方程（11a），和边界条件（12）、（13），得到 $B_1(\tau)$ 的解为

$$B_1(\tau)=\tau \tag{14}$$

根据方程（11b），和边界条件（12）、（13），得到 $B_2(\tau)$ 的解为

$$B_2(\tau)=\frac{1}{1-\exp[-(\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s)]}\{1-\exp[-(\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s)\tau]\} \tag{15}$$

（15）式、（14）式代入（11c）得到

$$
\begin{aligned}
A(\tau)-A(0)=&(\kappa_s\mu_s-\sigma_s\lambda_{0s})\int_0^\tau \frac{1}{1-\exp[-(\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s)]}\{1-\exp[-(\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s)s]\}ds\\
&-\frac{1}{2}\sigma_s^2\int_0^\tau \frac{\{1-2\exp[-(\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s)t]+\exp[-2(\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s)t]\}}{\left(1-\exp[-(\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s)]\right)^2}dt\\
&+c_0\tau+h(1-\lambda_J)\int_0^\tau\left[\alpha_J t-\frac{1}{2}(\alpha_J^2+\sigma_J^2)t^2\right]dt\\
=&\frac{(\kappa_s\mu_s-\sigma_s\lambda_{0s})}{1-\exp[-(\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s)]}\left\{\tau-\frac{1-\exp[-(\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s)\tau]}{\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s}\right\}\\
&-\frac{1}{2}\frac{\sigma_s^2}{(1-\exp[-(\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s)])^2}\left[\tau-2\frac{1-\exp[-(\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s)\tau]}{\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s}+\frac{1-\exp[-2(\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s)\tau]}{2(\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s)}\right]\\
&+c_0\tau+h(1-\lambda_J)\left\{\frac{1}{2}\alpha_J\tau^2-\frac{1}{6}(\alpha_J^2+\sigma_J^2)\tau^3\right\}
\end{aligned}
\tag{16}
$$

把 $A(0)=A(1)=0$ 代入（16）式，解出 c_0 为

$$
\begin{aligned}
c_0=&-\frac{(\kappa_s\mu_s-\sigma_s\lambda_{0s})}{1-\exp[-(\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s)]}\left\{1-\frac{1-\exp[-(\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s)]}{\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s}\right\}\\
&+\frac{1}{2}\frac{\sigma_s^2}{(1-\exp[-(\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s)])^2}\left[1-2\frac{1-\exp[-(\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s)]}{\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s}+\frac{1-\exp[-2(\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s)]}{2(\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s)}\right]\\
&-h(1-\lambda_J)\left\{\frac{1}{2}\alpha_J-\frac{1}{6}(\alpha_1^2+\sigma_J^2)\right\}
\end{aligned}
\tag{17}
$$

期限为 τ 的利率 $r_t^{(\tau)}$ 和期限为 τ 的债券价格具有关系

$$
r_t^{(\tau)}=-\frac{1}{\tau}\ln P(r_t^d,s_t;\tau) \tag{18}
$$

根据（5）式及前面的推导，可以导出各个期限的利率为

$$
\begin{aligned}
r_t^{(\tau)}&=\frac{A(\tau)}{\tau}+\frac{B_1(\tau)}{\tau}r_t^d+\frac{B_2(\tau)}{\tau}s_t\\
&=\frac{A(\tau)}{\tau}+r_t^d+\frac{1-\exp[-(\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s)\tau]}{1-\exp[-(\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s)]}\frac{1}{\tau}s_t
\end{aligned}
\tag{19}
$$

（19）式说明，在此利率模型下，官方利率的调整导致各个期限的市场利率作相应调整，调整的幅度一样。根据（19）式，各期利率的变化服从模型

$$
\begin{aligned}
dr_t^{(\tau)}&=dr_t^d+\frac{1-\exp[-(\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s)\tau]}{1-\exp[-(\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s)]}\frac{1}{\tau}ds_t\\
&=\frac{1-\exp[-(\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s)\tau]}{1-\exp[-(\kappa_s+\lambda_{1s}\sigma_s)]}\left[\kappa_s(\mu_s-s_t)dt+\sigma_s d\omega_t\right]+J_t dN_t
\end{aligned}
\tag{20}
$$

根据（7）式，期限为 τ 的债券的瞬时预期超额回报率为

$$
\begin{aligned}
ExR_t^{(\tau)}&=\frac{P_s(r_t^d,s_t,\pi_t;\tau)}{P}[\sigma_s(\lambda_{0s}+\lambda_{1s}s_t)]+h\lambda_J\frac{E[P(r_t^d+J_t,s_t,\pi_t;\tau)-P(r_t^d,s_t,\pi_t;\tau)]}{P}\\
&=-B_2(s)\sigma_s(\lambda_{0s}+\lambda_{1s}s_t)-h\lambda_J[\alpha_J B_1(\tau)-\frac{1}{2}(\alpha_J^2+\sigma_J^2)B_1^2(\tau)]
\end{aligned}
\tag{21}
$$

债券的超额回报率取决于风险溢酬参数 $\lambda_{0s},\lambda_{1s},\lambda_J$，波动率参数 σ_s,σ_J，以及反映债券对状态变量敏感程度的变量 $B_1(\tau),B_2(\tau)$。

2．模型估计方法

观测数据是 1 年期储蓄存款利率和 1、2、3、4、5 年期市场利率。数据为月度数据，数据时间间隔长度是 $\Delta t = 1/12$，共有 T 个时间序列数据。为了利用数据估计模型的各个参数，需要对连续时间表达的利率模型离散化。

储蓄存款利率服从一个跳跃型的随机过程，由于储蓄存款利率调整次数不频繁，为方便，假定一个月最多调整一次。也就是官方的变化为

$$r_{t+1}^d = r_t^d + J_{t+1} \times \eta_{t+1} \tag{22}$$

其中

$$J_{t+1} \sim N(\mu_J, \sigma_J^2)$$

$$\eta_{t+1} \sim \begin{cases} 1 & h\Delta t \\ 0 & 1 - h\Delta t \end{cases}$$

根据（3）式，1 年期利率差满足时间序列关系

$$s_{t+\Delta t} = s_t e^{-\kappa_s \Delta t} + \mu_s (1 - e^{-\kappa_s \Delta t}) + \sigma_s e^{-\kappa(t+\Delta t)} \int_t^{t+\Delta t} e^{\kappa s} d\omega_s \tag{23}$$

因此一年期利率差服从正态分布

$$s_{t+\Delta t} \sim N(E_t(s_{t+\Delta t}), \operatorname{var}_t(s_{t+\Delta t})) \tag{24}$$

条件数学期望和方差分别为

$$E_t(s_{t+\Delta t}) = s_t e^{-\kappa_s \Delta t} + \mu_s (1 - e^{-\kappa_s \Delta t})$$

$$\begin{aligned} \operatorname{var}_t(s_{t+\Delta t}) &= \sigma_s^2 e^{-2\kappa(t+\Delta t)} \int_t^{t+\Delta t} e^{2\kappa s} ds \\ &= \sigma_s^2 \frac{1 - e^{-2\kappa \Delta t}}{2\kappa} \end{aligned}$$

市场利率的观测值 $y_t^{(\tau)}$ 含有随机误差，随机误差可能是利率期限结构的拟合误差，也可能是市场随机供求造成的，随机误差记为 $\varepsilon_t^{(\tau)}$，即市场利率满足关系

$$\begin{aligned} y_t^{(\tau)} &= r_t^{(\tau)} + \varepsilon_t^{(\tau)} \\ &= \frac{A(\tau)}{\tau} + \frac{B_1(\tau)}{\tau} r_t^d + \frac{B_2(\tau)}{\tau} s_t + \varepsilon_t^{(\tau)} \\ &= \frac{A(\tau)}{\tau} + r_t^d + \frac{1 - \exp[-(\kappa_s + \lambda_{1s}\sigma_s)\tau]}{1 - \exp[-(\kappa_s + \lambda_{1s}\sigma_s)]} \frac{1}{\tau} s_t + \varepsilon_t^{(\tau)} \\ & \qquad (\tau = 1, 2, 3, 4, 5) \end{aligned} \tag{25}$$

假定随机误差 $\varepsilon_t^{(\tau)}$ $(\tau = 1, 2, 3, 4, 5)$ 相互独立同分布，服从正态分布，即

$$\varepsilon_t^{(\tau)} \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (\tau = 1, 2, 3, 4, 5)$$

模型参数多，涉及到不可观测的状态变量 $\{s_t : t = 1, 2, \cdots, T\}$，对估计方法和估计技巧要求高，本文拟采用 MCMC 方法进行估计。MCMC 方法实际上是一种贝叶斯估计方法，它要求对未知参数的先验分布做出假定。

官方利率 r_t^d 的变化过程涉及三个未知参数 α_J, σ_J, h，假定参数 α_J 的先验分布为正态分布，由于样本区间包含升息和降息两个时间段，假定先验分布的均值为 0，再考虑到无论是升息还是降息，利率变化都不会超过 1 个百分点，为保守期间，假定先验分布的标准差为 1，即

$$\alpha_J \sim N(0, 1)$$

与一般贝叶斯分析方法相同，假定精度参数$1/\sigma_J^2$服从 Gamma 分布，即

$$1/\sigma_J^2 \sim Gamma(0.01, 0.01)$$

$h/12$是一个月内升值的概率，在 0 到 1 之间，由于利率调整次数较少，$h/12$应该比较小，假定

$$Logit(h/12) \sim N(-10, 100)$$

1 年期利率差s_t的变化模型中有三个未知参数$\kappa_s, \mu_s, \sigma_s$。其中$\kappa_s$反映$s_t$的均值回复速度，从理论上讲，$\kappa_s < 1$，如果$s_t$的持续性较强，均值回复速度参数就会比较小。假定它的先验分布服从正态分布，但限定它的取值在 0 到 1 之间，用Winbugs语言[16]的表达方式，假定先验分布为

$$\kappa_s \sim N(0.2, 1)I(0, 1)$$

μ_s是利率差s_t的长期均值，根据样本观测值中 1 年期市场利率和 1 年期储蓄存款利率的差别大小，假定它服从如下正态分布

$$\mu_s \sim N(0.5, 100)$$

σ_s是利率差的波动率，与一般假定一样，假定$1/\sigma_s^2$的先验分布为 Gamma 分布

$$1/\sigma_s^2 \sim gamma(0.1, 0.1)$$

σ_ε是市场利率的观测误差的标准差，假定$1/\sigma_\varepsilon^2$服从 Gamma 分布

$$1/\sigma_\varepsilon^2 \sim gamma(0.01, 0.01)$$

最后是三个风险溢酬参数$\lambda_{0s}, \lambda_{1s}, \lambda_J$，一般认为它们比较小，接近于 0，因此假定它们服从正态分布

$$\lambda_{0s} \sim N(0, 10)$$

$$\lambda_{1s} \sim N(0, 10)$$

$$\lambda_J \sim N(0, 10)$$

最后需要说明的是，先验分布一般假定参数的取值在一个很大的范围内，也就是避免对参数的取值作比较具体的设定。另外先验分布的作用相当于 1 个样本点的作用，样本较大时，估计结果受先验分布的影响很小。

3．实证结果及其讨论

本文使用的利率期限结构数据从 1998 年 1 月至 2007 年 12 月的月度数据，利率期限结构见图 1。可以看到，在 98 年至 00 年这一段降息期和 05 年至 07 年这一段升息期期间，1 年期市场利率和 1 年期储蓄存款利率变化非常一致。在 00 年到 05 年这一段时间，官方利率调整次数较少，1 年期市场利率和 1 年期储蓄存款利率差别相对较大。表 1 给出了市场利率期限结构和 1 年期储蓄存款利率的基本统计特征。可以看到，短期利率的平均值较小，长期利率的平均值较大；相对于长期利率，短期利率具有更大的标准差，并且市场利率的标准差低于储蓄存款利率的标准差。市场利率和官方利率都有很高的峰度，与储蓄存款和市场利率的跳跃特征相符。市场利率和官方利率还比表现出很高的序列相关性。

表 1. 市场利率、1 年期储蓄存款利率的基本统计特征

	均值	标准差	偏度	峰度	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_6	ρ_{12}
	市场利率								
1	2.63	0.94	1.64	6.06	0.89	0.78	0.68	0.50	0.19
2	2.91	0.92	1.44	5.40	0.90	0.80	0.70	0.50	0.15
3	3.16	0.91	1.20	4.65	0.92	0.82	0.72	0.50	0.11
4	3.37	0.91	1.02	4.07	0.93	0.83	0.73	0.51	0.07
5	3.53	0.90	0.93	3.73	0.93	0.84	0.75	0.51	0.05
	储蓄存款利率								
1	2.25	1.05	1.82	5.00	0.93	0.86	0.81	0.62	0.29

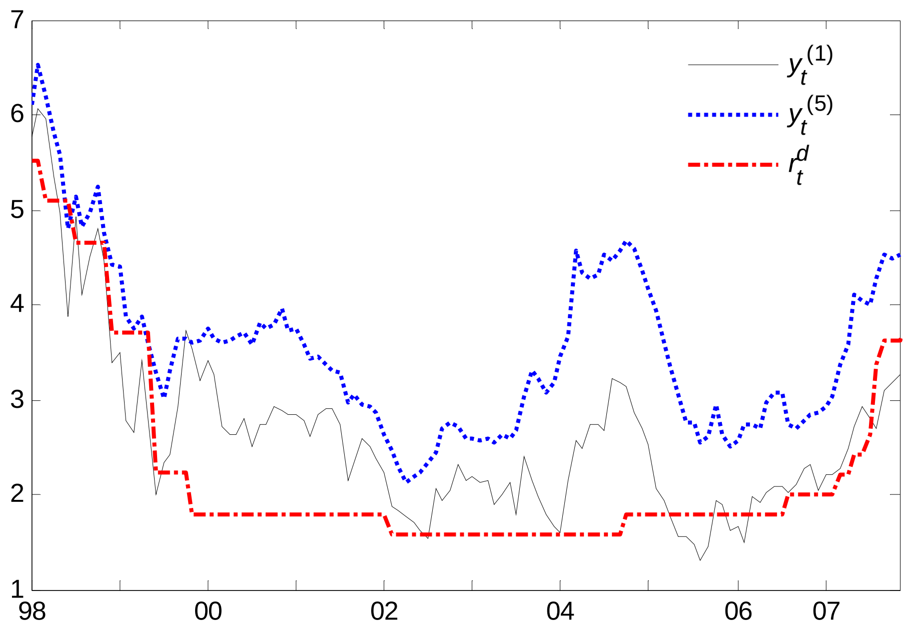

图 1. 1 年期、5 年期市场利率($y_t^{(1)}, y_t^{(5)}$)和扣除利息税后的 1 年期储蓄存款利率（r_t^d）

有了储蓄存款利率、市场利率期限结构的样本观测值，利用MCMC方法对利率模型进行估计，采用Winbugs[16]语言进行编程，模拟 1 万次，利用后 6000 次的模拟值计算参数均值、标准差、置信度为 95%的置信区间。参数的估计值如表 2。在表 2 中，参数的模拟值的均值相当于参数的估计值，模拟值的标准差相当于参数估计值的标准差，最后两列相当于参数的置信度为 95%的置信区间。$h=1.645$ 相当于一个月内 1 年期储蓄存款利率跳跃的概率为 0.14。利率差 s_t 的均值回复系数为κ_s=0.35，说明利率差具有较快的均值回复速度。利率差 s_t 的长期均值参数μ_s为正，但不显著，同时利率差具有非常显著的波动率。1 年期储蓄存款利率跳跃大小 J_t 的均值为负，但很小，不显著；跳跃大小的波动率较大，显著的不为 0。市场利率观测值的随机误差的标准差σ_ε虽然显著的不为 0，但相对于官方利率的波动率σ_J和利率差的波动率σ_s来讲很小。最后看风险溢酬参数。λ_{0s}为负，但不显著；λ_{1s}为负，显著不为 0。由（21）式，λ_{1s}为负说明利率差 s_t 越大，债券在下一个阶段的预期超额回报率也越高。λ_J的估计值为 1.956，显著的为正，说明 1 年期储蓄存款利率代表的官方利率的波动是债券风险溢酬的重要来源。由于$\alpha_J \approx 0$，由（21）式可以看出，官方利率风险导致债券具有正的风险溢酬。

表 2. 参数的估计值

	均值	标准差	2.50%	97.50%
h	1.645	0.367	1.069	2.567
κ_s	0.350	0.211	0.033	0.717
μ_s	0.096	0.297	-0.504	0.665
σ_s	0.795	0.051	0.695	0.900
λ_{0s}	-0.190	0.434	-0.924	0.696
λ_{1s}	-0.544	0.274	-1.059	-0.146
μ_J	-0.016	0.244	-0.294	0.756
σ_J	0.766	0.178	0.526	1.115
λ_J	1.956	0.434	1.331	2.969
σ_ε	0.177	0.006	0.166	0.188

利率差 s_t 作为隐含状态变量在模型模拟估计时，也给出了模拟值，模拟 1 万次的后 6 千次的模拟值的平均值见图 3。图 3 还给出了 1 年期市场观测值与 1 年期储蓄存款利率的差 $y_t^{(1)} - r_t^d$，两者变化具有类似的形状，表现出很高的相关系数。

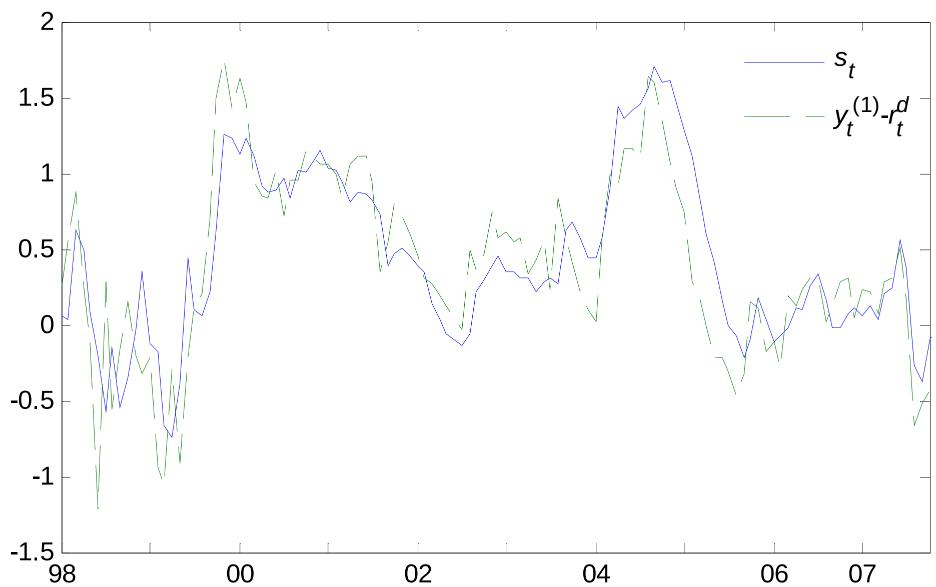

图 2. 利率差的估计值

根据参数的估计值和状态变量 s_t 的估计值，利用（19）式，可以计算出模型给出的利率，模型给出的利率期限结构如图 3。可以看到，无论是升息期还是降息期，模型给出的利率期限结构都是上扬的利率期限结构（upward yield curve），与市场利率期限结构的观测值一致。图 1 和图 3 作比较，模型产生的利率期限结构与市场利率期限结构具有类似的形状。但也有明显的差别，特别是 1 年期市场利率，样本观测值与利率模型产生的利率相比较，波动更大。这意味着两种可能性，第一种可能是样本观测值有随机误差，就像模型参数估计值告诉我们的那样；第二种可能性是模型没有完全刻画出市场利率的特征，模型还有待改进。为了进一步考察模型的拟合效果，表 3 给出了利率模型产生的利率期限结构的统计特征。比较表 1 和表 3，市场利率期限结构观测值的统计特征与模型产生的利率期限结构的统计特征基本相同。说明模型较好的拟合了市场利率期限结构。如果要比较它们的细微差异，可以看到，模型产生的 5 年期利率

的平均值高出 5 年期市场利率观测值的平均值 10 个基本点（basis point）。模型产生的利率期限结构的标准差与市场利率期限结构观测值的标准差基本相同，但 1 年期利率的标准差稍低一点。模型给出的利率期限结构与市场利率期限结构样本观测值的偏度、峰度也基本一致，模型给出的利率期限结构短期利率的偏度、峰度稍小一点，但长期利率的偏度、峰度稍大一点。两个利率期限结构的自相关系数基本相同。

讨论本文给出的利率模型对市场利率期限结构观测值拟合效果的另外一种办法是与没有把官方利率的变化考虑进来的传统的 Vasicek 模型作比较。在传统的 Vasicek 模型下，市场利率服从正态分布，不可能拟合市场利率期限结构样本观测值的偏度和峰度特征。在这方面本文给出的模型与传统的 Vasicek 模型比较，是一个明显的改进。本文不再通过实证作具体比较。

表 3. 模型产生的利率期限结构的统计特征

	均值	标准差	偏度	峰度	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_6	ρ_{12}
1	2.64	0.89	1.41	5.17	0.92	0.83	0.73	0.52	0.14
2	2.89	0.89	1.36	5.06	0.92	0.83	0.73	0.51	0.13
3	3.18	0.90	1.31	4.94	0.92	0.82	0.73	0.51	0.12
4	3.45	0.90	1.25	4.80	0.92	0.82	0.72	0.50	0.11
5	3.65	0.91	1.19	4.66	0.92	0.82	0.72	0.49	0.09

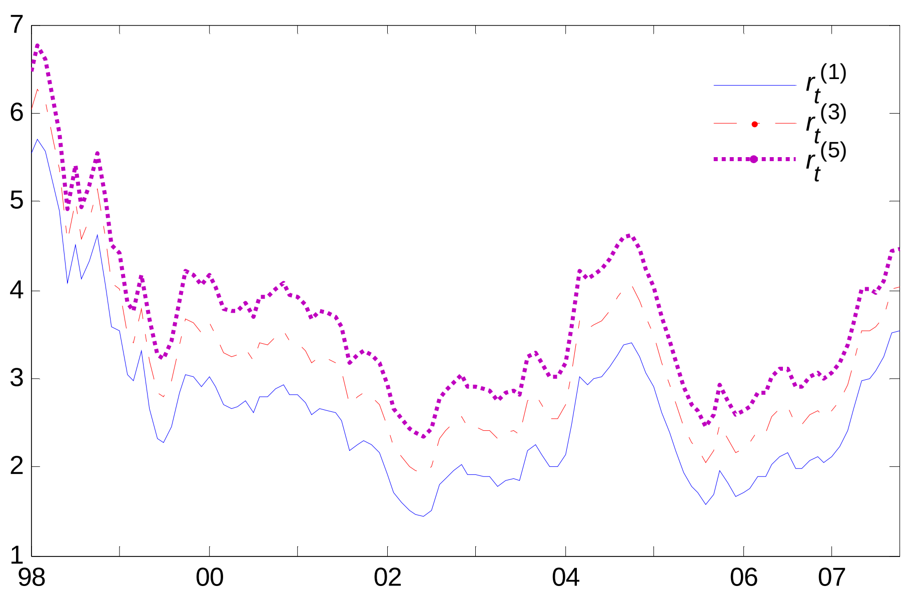

图 3. 模型给出的利率期限结构

4. 小结

由于 1 年期储蓄存款利率被认为是中国利率体系的基准利率，对市场利率有很大影响，本文把它作为影响市场利率期限结构的状态变量。市场利率不同于官方利率，它还受其他经济变量的影响。这些其他经济变量对市场利率的影响用 1 年期市场利率与 1 年期储蓄存款利率的差别来反映，把它作为影响市场利率或债券价格的另外一个状态变量。本文假定这两个状态变量分别服从跳跃过程和均值回复过程，它们决定了债券的价格和市场利率期限结构。本文在仿射模型的框架下，给出了市场利率期限结构的分析表达式。并以 1998 年至 2007 年的利率期限结构月度数据为样本，通过 Winbugs 语言编程利用 MCMC 方法对模型进行了实证分析。模型能

够很好地拟合利率期限结构样本观测值的均值、标准差、偏度、峰度特征，以及利率期限结构样本观测值的序列相关性特征。利率模型无论在升息周期和降息周期，都能够产生上扬的利率期限结构，与样本观测值一致。模型的参数估计结果还表明，债券的超额回报率显著受官方利率跳跃风险的影响和 1 年期市场利率与储蓄存款利率差大小的影响。

本文把 1 年期储蓄存款利率作为决定利率期限结构的状态变量引入到仿射模型为框架的利率模型中，是结合中国市场特点的一次尝试。模型都是对现实的近似描述，本文给出的模型也是这样。有些方面模型还有待于进一步完善。如模型假定储蓄存款利率的跳跃强度为常数，在现实中，在不同的经济阶段，跳跃强度可能随时间发生变化。另外本文假定只有两个状态变量，可能加上其他状态变量还可以提高模型的拟合效果。这些问题还需要进一步研究。

参考文献

[1] Vasicek O, “An equilibrium characterization of the tem structure”, *Journal Financial Economics*, 5, 1977: 177-188

[2] Cox J, Ingersoll J, and Ross S, “A Theory of the Term Structure of Interest Rates”, *Econometrica*, 53, 1985: 385-407

[3] Duffie D, Kan R, “A yield-factor model of interest rates”, *Mathematical Finance*, 6, 1996:379-406

[4] Heath D., Jarrow R. and Morton A, “Bond pricing and the term structure of interest rates: a new methodology”, *Econometrica*, 60, 1992:77-105

[5] Brace A , Gatarek D, and Musiela M, “The market model of interest rate dynamics”, *Mathematical Fianance*, 4, 1997: 227-155

[6] P. Balduzzi, G. Bertola, and S. Foresi, “A model of target changes and the term structure of interest rate,” Journal of Monetary Economics, 39, 1997: 223-249

[7] P. Balduzzi, G. Bertola, S. Foresi, and L. Klapper, “Interest rate targeting and the dynamics of short rates,” Journal of Money, Credit, and Banking, 30, 1998: 26-50

[8] M. Anderson, H. Dillen, and P. Sellin, “Monetary policy signaling and movements in the term structure of interest rates,” Journal of Monetary Economics, 53, 2006: 1815-1855

[9] Piazzesi M, “Bond yield and the federal reserve”, *Journal of Political Economy*, 113(2), 2005: 311-328

[10] 林 海, 郑振龙， “中国利率动态模型研究”， 财经问题研究, 2005, (9)：45-49

[11] 谢赤,吴雄伟，“基于 Vasicek 和 CIR 模型中的中国货币市场利率行为实证分析”，中国管理科学，10(3)，2002：22-25

[12] 朱世武，陈健恒，“交易所国债利率期限结构实证研究”，金融研究,(10)，2003:63-73

[13] 郑振龙，林海，“民间金融的利率期限结构及其风险分析：来自标会的检验”,金融研究，2005年第4期

[14] 宋福铁，陈浪南，“卡尔曼滤波法模拟和预测沪市国债期限结构”,管理科学，19（6），2006：81-88

[15] D. Qiang and K. Singleton, “Expectation puzzles, time-varying risk premia, and Affine models of the term structure,” Journal of Financial Economics, vol. 65, pp. 415-41, 2002

[16] D. Spiegelhalter, A. Thomas, N. Best, D. Lunn, “Winbugs user manual” www.mrc-bsu.cam.ac.uk/bugs, 2003